

УДК 528.422.1

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ СПОСОБОМ ИЗ СЕРЕДИНЫ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАХЕОМЕТРОВ**

*Антон Викторович Никонов*

Сибирская государственная геодезическая академия, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, аспирант кафедры инженерной геодезии и информационных систем, e-mail: sibte@bk.ru

В статье приведены результаты исследований нивелирования наклонным лучом в равнинной местности с использованием высокоточного электронного тахеометра для расстояний от 50 до 250 м.

**Ключевые слова:** тригонометрическое нивелирование, нивелирование тахеометром, высота.

## **INVESTIGATIONS OF ACCURACY LEAP-FROG METHOD BY THE TRIGONOMETRIC LEVELLING WITH APPLY ELECTRONIC TOTAL STATIONS**

*Anton V. Nikonov*

Siberian State Academy of geodesy, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., a post-graduate student, of Engineering Geodesy and Information Systems department, e-mail: sibte@bk.ru

The article deals with the method of short distances trigonometric leveling with high precision total stations for measurements height differences. The results of the field investigations on elevation measurements by a 2" total station at the distance of 50 m - 250 m are presented.

**Key words:** trigonometric leveling, leveling by total station, height.

Замена трудоемкого геометрического нивелирования III, IV классов более производительным методом – тригонометрическим нивелированием способом из середины – является актуальной задачей.

На сегодняшний день в геодезическое производство активно внедряются современные высокоточные ( $m_B = m_z < 2''$ ,  $m_s < 2$  мм) электронные тахеометры [1, 2], используя которые, при определенных условиях, возможно добиться хороших результатов как при наблюдениях за осадками зданий и сооружений [3, 4], так и при проложении ходов тригонометрического нивелирования в целях сгущения высотной основы [5]. Порой, в силу специфики местных условий, тригонометрическое нивелирование является единственным целесообразным способом для передачи или определения высоты. Так, нежелательны ГНСС наблюдения на точках около трансформаторных площадок или электростанций [6], кроме того, спутниковое нивелирование не может быть выполнено в горной местности, где не определена поверхность геоида [7], хотя в равнинных районах может быть успешно выполнено определение нормальных высот с использованием спутниковых технологий и глобальной модели геоида EGM2008 [8].

Немалый интерес представляет использование тахеометров с системой автоматического наведения на отражатель [9], но в связи с высокой стоимостью пока не произошло их широкого распространения.

Для совершенствования методики нивелирования наклонным лучом необходимо провести ряд исследований с применением современных высокоточных тахеометров. В [10] электронным тахеометром выполнялись измерения на отражатель (15 приемов) для расстояний 50–300 м, затем изменялось положение отражателя по высоте и производилась очередная серия измерений из 15 приемов. Изменение положения отражателя по высоте также фиксировалось штангенциркулем. Разница между средними по серии значениями превышений, измеренных тахеометром и штангенциркулем, оказалась менее 1 мм для расстояний до 100 м и не превысила 2 мм для расстояний до 300 м. Однако разница максимального и минимального превышений в пределах одной серии измерений составляет большие величины: ~3 мм для расстояний порядка 150 м и ~7 мм и более для расстояний порядка 300 м. Тем не менее, эти расхождения в пределах серии измерений незначительно превосходят интервал  $\pm 2''$  ( $m_z = 2''$ ) для соответствующего расстояния и находятся в пределах  $2\sigma$  ( $2\sigma = \pm 4''$ ;  $\Delta = 8''$ ). Таким образом, превышение, измеренное наклонным лучом из середины при однородных условиях (одинаковая подстилающая поверхность и ее освещенность при взгляде назад и вперед), в большей степени свободно от систематического влияния вертикальной рефракции. К такому же выводу пришел и автор работы [11]: «ошибки, вызываемые остаточным влиянием рефракции при двустороннем нивелировании и нивелировании из середины, подчиняются закону случайных ошибок и находятся в пределах ошибок измерений».

Описанный опыт подтверждает высокие возможности тригонометрического нивелирования, но не дает ответа на вопрос, в каких пределах может изменяться измеряемое на станции превышение в течение короткого периода времени (2–15 минут) из-за непостоянства значения коэффициента рефракции. Поэтому нами были проведены дополнительные полевые эксперименты.

В первом опыте, на основании опоры линии электропередачи были выбраны находящиеся рядом (в пределах 2 метров) две точки, превышение между которыми было измерено высокоточным цифровым нивелиром DiNi12 в 5 горизонтов. В дальнейшем это значение было принято за истинное. Так как точки находятся близко друг к другу, можно считать условия прохождения визирного луча на «заднюю» и «переднюю» цели однородными.

На этих точках были установлены две вехи с отражателями (высоты целей над землей более 2м), имеющими одинаковую высоту с различием не более 0,5 мм. В дальнейшем измерялись превышения между осью вращения зрительной трубы и задней целью ( $h_3$ ), между осью вращения зрительной трубы и передней целью ( $h_{\Pi}$ ). Превышение между точками ( $h$ ) находилось как [12]:

$$h = h_{\Pi} - h_3 = D_{\Pi} \cos z_{\Pi} - D_3 \cos z_3. \quad (1)$$

где  $D$  – наклонное расстояние;  $z$  – зенитное расстояние.

Визирный луч проходил над глинистой почвой, незначительно поросшей травой. Превышения между двумя целями измерялись 15 полными приемами (только для расстояния 200 м выполнено 11 приемов) по схеме 3З'ПП', где З и П – измерения при круге лево; З', П' – при круге право.

Были вычислены средние квадратические ошибки измерений отдельно для каждой цели ( $m_{h_3}$ ,  $m_{h_{П}}$ ) и для общего превышения ( $m_h$ ). Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

СКО измерения превышений (опыт 1)

$D$ , м	$n$ , приемов	$m_{h_3}$ , мм	$m_{z_3}$ , "	$m_{h_{П}}$ , мм	$m_{z_{П}}$ , "	$m_h = \sqrt{m_{h_3}^2 + m_{h_{П}}^2}$ , мм	$m_{h_{ВНУТР}}$ , мм	$m_{h_{ИСТИН}}$ , мм
50	15	0,32	1,25	0,33	1,28	0,46	0,48	0,52
100	15	0,59	1,19	0,85	1,72	1,04	0,80	0,93
150	15	1,13	1,55	1,07	1,47	1,56	1,41	1,49
200	11	1,85	1,90	2,29	2,35	2,95	2,01	2,03
Средн.			1,5		1,7			

Величины  $m_{h_3}$ ,  $m_{h_{П}}$ ,  $m_{h_{ВНУТР}}$  и  $m_{h_{ИСТИН}}$  вычислялись по формуле Бесселя. При нахождении  $m_{h_{ВНУТР}}$  определялись отклонения от среднего значения (оценка по внутренней сходимости), а для  $m_{h_{ИСТИН}}$  определялись отклонения от значения превышения, полученного из геометрического нивелирования. Как видно из табл. 1, эти значения согласуются между собой. Значения  $m_{h_3}$ ,  $m_{z_3}$ ,  $m_{h_{П}}$ ,  $m_{z_{П}}$  согласуются с данными из [10] и находятся в соответствующих доверительных интервалах.

По полученным в ходе эксперимента данным, так же как и в [10], были вычислены разности максимальных и минимальных превышений между осью вращения зрительной трубы и осью вращения отражателя (табл. 2).

Таблица 2

Разности между  $h_{\max 3}$ ,  $h_{\min 3}$  и  $h_{\max П}$ ,  $h_{\min П}$  в серии из 15 приемов

$D$ , м	Задняя, мм	Передняя, мм	Средняя, мм	Для $h$ между задней и передней, мм
1	2	3	4	5
50	1,3	1,2	1,3	1,7
100	2,1	3,4	2,8	2,4
150	4,2	3,8	4,0	4,8
200*	5,7	7,8	6,8	6,6

\* Для расстояния 200 м было выполнено 11 приемов.

Полученные в табл. 2 величины (графы 2, 3, 4) на 1–2 мм больше аналогичных значений из [10]. Это может быть связано с тем, что последние измерения выполнялись за больший промежуток времени (измерения сразу на две цели) и соответственно больше вероятность влияния изменяющихся внешних условий.

Также были вычислены разности между  $h_{\max}$  и  $h_{\min}$  для превышения  $h$  между двумя целями (табл. 3).

Таблица 3

Разности между  $h_{\max}$  и  $h_{\min}$  в серии из 15 приемов

$D, \text{ м}$	$h_{\max} - h_{\min}$ для $h$ между задней и передней целями, мм	Интервал $\Delta = 2m_z$ $\Delta = 4''$ , мм	$\Delta^{\text{доп}} = 2(2m_z)$ $\Delta^{\text{доп}} = 8''$ , мм
1	2	3	4
50	1,7	1,0	1,9
100	2,4	2,0	3,9
150	4,8	3,0	5,8
200	6,6	4,0	7,7

Как видно из табл. 3, различие между  $h_{\max}$  и  $h_{\min}$  при измерении превышения между двумя точками незначительно превышает интервал  $4''$  ( $m_z = 2''$ ) для соответствующих расстояний (графа 3) и не превосходит допустимой величины. Величина допустимого интервала (графа 4), за пределы которого не должны выходить истинные ошибки измерений, вычислялась из принципа, что при ограниченном числе измерений предельная ошибка не должна превышать  $2m$  [13]. То есть в худшем случае истинные ошибки при визировании на обе цели будут максимальны (равны  $2m$ ) и с противоположными знаками.

Разницы средних по серии превышений из тригонометрического нивелирования  $\overline{h_{\text{ТРИГ}}}$  и превышений из геометрического нивелирования  $h_{\text{ГЕОМ}}$  представлены в табл. 4.

Таблица 4

Сравнение значений превышений  
из тригонометрического и геометрического нивелирования (опыт 1)

$D, \text{ м}$	$\overline{h_{\text{ТРИГ}}}$ , мм	$h_{\text{ГЕОМ}}$ , мм	$\Delta = \overline{h_{\text{ТРИГ}}} - h_{\text{ГЕОМ}}$ , мм
1	2	3	4
50	-200,7	-200,9	0,2
100	-200,4		0,5
150	-200,4		0,5
200	-201,2		-0,3

Данные табл. 1–4 еще раз подтверждают высокую точность измерения превышений электронным тахеометром.

В другой день (21.08.2012 г.) был проведен аналогичный опыт, только высота целей была сделана менее 2 м над землей, а разница высот целей составила 0,5 м (передняя цель ниже). Измерения выполнялись в ветреную погоду, при  $t = +10^{\circ}\text{C}$  и переменной облачности. Измерения проводились на расстояниях 82, 153 и 241 м. При этом для расстояния 153 м было выполнено две серии, в одной из которых прибор устанавливался на возвышенности (разница высот прибора  $\sim 1$  м). Для данного опыта были произведены аналогичные вычисления (табл. 5).

Таблица 5

СКО измерения превышений (опыт 2)

$D, \text{ м}$	$m_{h_3}, \text{ мм}$	$m_{h_{\Pi}}, \text{ мм}$	$m_h = \sqrt{m_{h_3}^2 + m_{h_{\Pi}}^2}, \text{ мм}$	$m_{h_{\text{ВНУТР}}}, \text{ мм}$	$m_{h_{\text{ИСТИН}}}, \text{ мм}$
82	0,75	0,43	0,87	0,82	0,98
153Н	1,21	1,68	2,07	1,10	1,23
153В	1,00	0,94	1,38	1,30	1,45
241	1,47	2,20	2,64	2,05	2,09

Как видно из табл. 5, для расстояний 153 м средняя квадратическая ошибка превышения на переднюю цель больше, чем на заднюю. Это может быть связано с тем, что визирный луч на переднюю цель проходил на меньшей высоте над подстилающей поверхностью. То же наблюдается и для расстояния 241 м. Так, для расстояния 241 м визирный луч проходил выше поверхности земли на 0,5 м (на расстоянии 30 м от прибора наблюдалась возвышенность шириной  $\sim 7$  м).

Из табл. 6 следует, что в случаях, когда визирный луч проходит ближе к подстилающей поверхности, наблюдаются большие разности между максимальным и минимальным значениями превышения.

Таблица 6

Разности между  $h_{\text{max}3}$ ,  $h_{\text{min}3}$  и  $h_{\text{max}\Pi}$ ,  $h_{\text{min}\Pi}$  в серии измерений

$D, \text{ м}$	$n, \text{ приемов}$	Задняя, мм	Передняя, мм	Средняя, мм	Для $h$ между задней и передней, мм
1	2	3	4	5	6
82	8	2,3	1,4	1,9	1,9
153Н	11	3,3	5,6	4,5	3,6
153В	8	3,0	2,4	2,7	3,8
241	18	5,2	6,5	5,8	6,9

В табл. 7 представлены максимальные расхождения между значениями измеряемого превышения  $h$  в серии из  $n$  приемов.

Таблица 7

Разности между  $h_{\max}$  и  $h_{\min}$  в серии измерений

$D$ , м	$h_{\max} - h_{\min}$ для $h$ между задней и передней целями, мм	$\Delta = 2m_z$ $\Delta = 4''$ , мм	$\Delta^{\text{доп}} = 2(2m_z)$ $\Delta^{\text{доп}} = 8''$ , мм
1	2	3	4
82	1,9	1,6	3,2
153Н	3,6	3,0	5,9
153В	3,8	3,0	5,9
241	6,9	4,7	9,3

Как и в первом опыте, измеренные превышения находятся в интервале  $\pm 2m_z$ .

В табл. 8 измеренные превышения сравниваются со значением, принятым за истинное.

Таблица 8

Сравнение значений превышений  
из тригонометрического и геометрического нивелирования (опыт 2)

$D$ , м	Количество приемов	$\overline{h_{\text{ТРИГ}}}$ , мм	$h_{\text{ГЕОМ}}$ , мм	$\Delta = \overline{h_{\text{ТРИГ}}} - h_{\text{ГЕОМ}}$ , мм
1	2	3	4	5
82	8	-520,6	-520,1	-0,5
153Н	11	-520,5		-0,4
153В	8	-520,7		-0,6
241	18	-520,5		-0,4

Из табл. 8 следует, что все превышения, измеренные между двумя целями, систематически отличаются от истинного значения на величину порядка 0,5 мм. Это небольшая величина, которая может быть связана с неравенством высот целей или несовпадением точки постановки рейки и вешки.

Чтобы убедиться в правильности значения превышения из геометрического нивелирования, принятого за истинное, во втором опыте превышение между целями было измерено тахеометром при расстоянии 12 м. На небольшом расстоянии заметен поперечный наклон вехи. Чтобы найти значение вертикального угла на горизонтальную ось цели, были произведены наведения отдельно на середину правой и отдельно на середину левой риски марки при обоих положениях круга. Полученные значения осреднялись и вычислялось значение превышения, приведенного к центру марки. Полученное таким образом превышение составило -520,2 мм, что практически равно превышению, полученному из геометрического нивелирования (графа 4 табл. 8).

При обработке измерений были определены максимальные разности между двумя смежными определениями превышения  $h$ . Значения разностей  $\Delta h$  представлены в табл. 9.

Таблица 9

Максимальные  $\Delta h$  между смежными приемами

$D$ , м	$\max \Delta h$ , (опыт 1), мм	$\max \Delta h$ , (опыт 2), мм
50	1,1	-
80	-	1,6
100	2,4	-
150	3,8	3,4 (в); 2,8 (н)
200	5,5	-
240	-	6,3

Из табл. 9 видно, что максимальные изменения значения превышения между соседними измерениями близки к максимальным расхождениям во всей серии измерений (см. графу 2 табл. 3 и 7).

Это значит, что в ряду измерений превышения  $h$  между двумя точками могут появляться значения, наиболее уклоняющиеся от остальных. Это может быть вызвано неблагоприятной комбинацией трех факторов:

- случайные ошибки в отсчетах по вертикальному кругу при измерении на заднюю и переднюю цели имеют разный знак;
- значения этих ошибок (с разным знаком) близки к предельным ( $2m$ ) или даже превосходят их;
- наложение на ошибки измерений влияния короткопериодической составляющей рефракционной погрешности, которая носит случайный характер.

Кроме того, в процессе измерений могут меняться метеорологические условия или освещенность подстилающей поверхности Солнцем, что будет следствием изменения регулярной составляющей рефракционной погрешности.

В работе [14] отмечено, что на высоте 1,8 м над травянистой поверхностью коэффициент рефракции может изменяться в течение 10–30 минут на величины порядка 1–1,5 в солнечный день и порядка 0,5 в пасмурную погоду. Так, если предположить, что коэффициент рефракции изменился на 1 (от -2 до -1), то поправка за рефракцию для расстояния 200 м, подсчитанная по формуле [12]:

$$r = \frac{D^{KM}}{2R^{KM} \cos^2 \alpha} kD, \quad (2)$$

изменится на 3,2 мм. Таким образом, значения изменений превышений из таблиц 3, 7, 9 отчасти могут быть вызваны изменением коэффициента рефракции, который, в свою очередь, связан с непостоянством метеорологических условий и главным образом вертикального температурного градиента.

Из-за того, что коэффициент рефракции может изменяться значительно за короткий промежуток времени, превышение между осью вращения зрительной трубы и задней целью, а также превышение между осью трубы и передней целью могут быть различно искажены рефракцией. Поэтому важно измерения (полный прием) проводить при постоянных внешних условиях в ясную либо облачную погоду и за как можно более короткий промежуток времени.

Выполнение двух приемов необходимо не только для повышения точности измерений вследствие появления избыточных измерений, но и для подтверждения того, что во время выполнения первого или второго приема не произошло скачкообразного изменения коэффициента рефракции или неблагоприятной комбинации трех упомянутых факторов.

Для более надежных определений  $h$  на станции мы предлагаем воспользоваться допустимыми расхождениями между превышениями, полученными из двух приемов (табл. 10).

Таблица 10

Допустимые расхождения между превышениями при  $n = 2$

$D$ , м	Допустимое расхождение, мм
до 70	1,0
70–150	1,5
150–200	2,0
200–250	2,5
250–300	3,0

Если значения превышения из двух приемов превосходят значения из табл. 10, предлагается увеличить количество приемов.

В работе [14] было выявлено наиболее быстрое изменение коэффициента рефракции после 18:00 часов, что особенно ярко выражено в солнечную погоду. Так, было зафиксировано изменение коэффициента рефракции с +1 до +13 за промежуток времени с 18 до 20 часов вечера. Из этого можно сделать вывод, что тригонометрическое нивелирование лучше выполнять при стабильном состоянии нижних слоев атмосферы, приблизительно с 9 до 18 часов дня.

Из проделанных опытов можно сделать следующие основные выводы:

1. Измерение превышения тригонометрическим нивелированием при определенных условиях может давать удовлетворительные результаты не только на коротких расстояниях в лабораторных условиях [15], но и в полевых условиях в равнинной местности с длинами плеч до 250 м (см. табл. 4, 8 и [5]).

2. Вследствие неустойчивой температурной стратификации в приземном слое воздуха коэффициент рефракции может изменяться значительно за короткий промежуток времени [14]. Это может быть причиной не симметричного искажения вертикальной рефракцией заднего и переднего визирного луча. Поэтому измерения следует выполнять при стабильных внешних условиях и в как



можно более короткий промежуток времени. Для получения качественных измерений нивелирование следует выполнять с использованием двух целей (рек). Перенос цели с задней точки на переднюю может привести к понижению точности.

3. Для того, чтобы контролировать качество измерений, требуется выполнять не менее двух полных приемов на станции и пользоваться допустимыми расхождениями из табл. 10.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хорошилов В.С., Пономарев В.А. Современная геодезическая техника // Вестник СГГА. – 2005. – Вып. 10. – С. 99–103.
2. Карпик А.П., Синякин А.К., Кошелев А.В. Тенденции развития геодезических измерительных приборов и систем // Вестник СГГА. – 1998. – Вып. 3. – С. 74–79.
3. Никонов А.В. Опыт применения тригонометрического нивелирования с использованием электронных тахеометров для наблюдений за осадками сооружений // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т. 1. – С. 78–86.
4. Беспалов Ю.И., Дьяконов Ю.П., Терещенко Т.Ю. Наблюдение за осадками зданий и сооружений способом тригонометрического нивелирования // Геодезия и картография. – 2010. – № 8. – С. 8–10.
5. Никонов А.В., Бабасов С.А. Исследование тригонометрического нивелирования в полевых условиях // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т. 1. – С. 71–78.
6. Дударев В.И. Определение местоположения недоступных объектов при проведении топографических съемок с помощью GPS-технологий // Вестник СГГА. – 2005. – Вып. 10. – С. 70–72.
7. Кошелев В.А., Карлин К.С., Чахлова А.П. Особенности развития геодезической разбивочной основы в условиях горной местности // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т. 1. – С. 87–92.
8. Гиенко Е.Г., Решетов А.П., Струков А.А. Исследование точности получения нормальных высот и уклонов отвесной линии на территории Новосибирской области с помощью глобальной модели геоида EGM2008 // ГЕО-Сибирь-2011. VII Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2011 г.). – Новосибирск: СГГА, 2011. Т. 1, ч. 2. – С. 181–186.
9. Скрипникова М.А. Возможности применения автоматизированных высокоточных электронных тахеометров при измерении деформаций инженерных сооружений // ГЕО-Сибирь-2010. VI Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2010 г.). – Новосибирск: СГГА, 2010. Т. 1, ч. 1. – С. 131–134.
10. Никонов А.В., Рахымбердина М.Е. Исследование точности измерения превышений электронным тахеометром высокой точности в полевых условиях // Вестник СГГА. – 2013. – Вып. 1(21). – С. 16–26.
11. Дрок М.К. Исследование точности определения превышений в ходах геодезического нивелирования на короткие расстояния в равнинной местности // Научные записки ЛПИ. – 1961. – № 6. – С. 183–199.

12. Пискунов М.Е. Методика геодезических наблюдений за деформациями сооружений. – М.: Недра, 1980. – 248 с.
13. Куштин И.Ф. Геодезия: обработка результатов геодезических измерений: Учебное пособие. – М.: ИКЦ «МарТ»; Ростов н/Д.: издательский центр «МарТ», 2006. – 288 с.
14. Hirt C., Guillaume S., Wisbar A., Bürki B. and Sternberg, H. Monitoring of the refraction coefficient of the lower atmosphere using a controlled set-up of simultaneous reciprocal vertical angle measurements // Journal of Geophysical Research (JGR). – 2010. – 115, D21102.
15. Беспалов Ю.И., Мирошниченко С.Г. Исследование точности измерения превышений электронными тахеометрами // Геодезия и картография. – 2009. – № 3. – С. 12–13.

Получено 28.05.2013

© А.В. Никонов, 2013